

MXM School & Publishing Ltd.

TEOREMA UNGHIULUI DE 30°

Ediția I

Autor: Cristian MURICA



- *Probleme rezolvate PAS cu PAS*
- *Indicații de rezolvare și explicații*
- *Prezentarea explicită a definițiilor și teoremelor care se aplică*

București
6 decembrie 2025

Drepturi de autor

Cristian MURICA

Toate drepturile rezervate. Nicio parte a acestei lucrări nu poate fi reprodusă, stocată într-un sistem de recuperare sau transmisă sub orice formă sau prin orice mijloc, electronic, mecanic, prin fotocopiere, înregistrare sau altfel, fără permisiunea prealabilă scrisă a editorului, cu excepția situațiilor permise prin lege.

ISBN: 978-973-738-562-8

Prima ediție: decembrie 2025

Date editoriale și contact:

Editura: MXM School & Publishing Ltd.

Adresă: strada Vintilă Mihăilescu nr. 14, sector 6, București

Email: office@scoaladematematica.eu

Cuprins

Teorema unghiului de 30°	5
Enunț:	5
Demonstrația 1: Prin construcția unui triunghi echilateral	6
Demonstrația 2: Prin teorema medianei	8
Observații importante	9
Reciproca teoremei unghiului de 30°	10
Enunț:	10
Demonstrația 1: Prin construcția unui triunghi echilateral	11
Demonstrația 2: Folosind teorema medianei	13
Problema nr. 1	
În triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $\angle B = 30^\circ$ și $BC = 12$ cm, calculați lungimile laturilor AB și AC.	15
Problema nr. 2	
În triunghiul MNP dreptunghic în M, cu $\angle N = 60^\circ$ și $NP = 10$ cm, calculați lungimile laturilor MN și MP.	18
Problema nr. 3	
În triunghiul RST dreptunghic în R, cu $\angle S = 30^\circ$ și $RT = 5$ cm, calculați lungimile laturilor RS și ST.	21
Problema nr. 4	
În triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $\angle B = 60^\circ$ și $AB = 8$ cm, calculați lungimile laturilor AC și BC.	24
Problema nr. 5	
În triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $\angle B = 30^\circ$ și $AB = 6$ cm, calculați lungimile laturilor AC și BC.	27
Problema nr. 6	
În triunghiul MNP dreptunghic în M, cu $\angle N = 60^\circ$ și $MP = 9$ cm, calculați lungimile laturilor MN și NP.	30

CUMPARATOR: Vasilescu Ionel | TEL: 050111111 | clubcarte@bestpublishing.ro | COMANDA #262

CUMPARATOR: Vasilescu Ionel | TEL: 050111111 | clubcarte@bestpublishing.ro | COMANDA #262

CUMPARATOR: Vasilescu Ionel | TEL: 050111111 | clubcarte@bestpublishing.ro | COMANDA #262

CUMPARATOR: Vasilescu Ionel | TEL: 050111111 | clubcarte@bestpublishing.ro | COMANDA #262

CUMPARATOR: Vasilescu Ionel | TEL: 050111111 | clubcarte@bestpublishing.ro | COMANDA #262

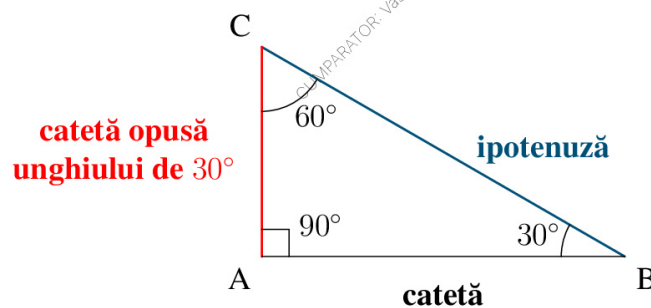
CUMPARATOR: Vasilescu Ionel | TEL: 050111111 | clubcarte@bestpublishing.ro | COMANDA #262

Teorema unghiului de 30°

Enunț:

Teorema unghiului de 30°

Într-un triunghi dreptunghic, cateta care se opune unghiului de 30° este egală cu jumătate din ipotenuză.



Formulare matematică: Dacă în triunghiul dreptunghic ABC cu $\angle A = 90^\circ$ și $\angle B = 30^\circ$, atunci:

$$AC = \frac{1}{2} \cdot BC$$

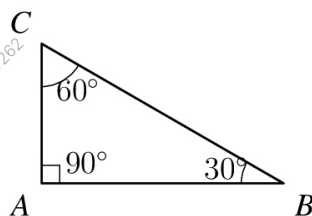
sau, notând $BC = a$ (ipotenuza) și $AC = b$ (cateta opusă unghiului de 30°):

$$b = \frac{a}{2}$$

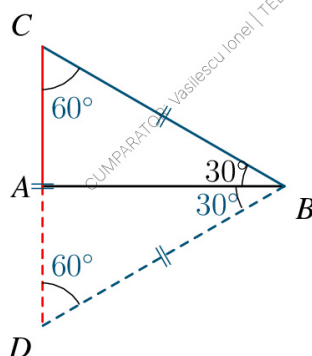
Demonstrație. Vom demonstra teorema în două moduri diferite, fiecare cu desenul său ilustrativ.

Demonstrația 1: Prin construcția unui triunghi echilateral

Fie triunghiul dreptunghic ABC cu $\angle A = 90^\circ$ și $\angle B = 30^\circ$.



Pasul 1: Construim simetricul lui C față de A și îl notăm cu D .
Unim pe B cu D și astfel obținem triunghiul BCD .



Pasul 2: Demonstrăm că triunghiurile ABC și ABD sunt congruente:

AB este latură comună

$AD = AC$ (D este simetricul lui C față de A)

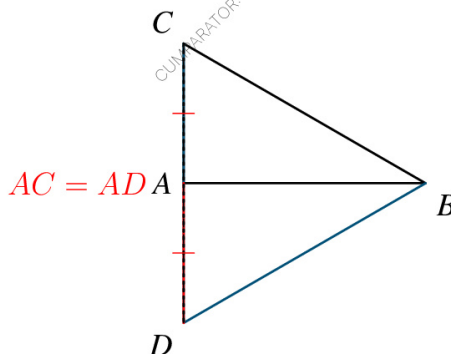
$\angle BAD = \angle BAC = 90^\circ$ (C, A și D sunt coliniare și $\angle BAC = 90^\circ$)

$$\left. \begin{array}{l} AB \text{ este latură comună} \\ AD = AC \text{ (} D \text{ este simetricul lui } C \text{ față de } A \text{)} \\ \angle BAD = \angle BAC = 90^\circ \text{ (} C, A \text{ și } D \text{ sunt coliniare și } \angle BAC = 90^\circ \text{)} \end{array} \right\} \xRightarrow{L.U.L.} \triangle ABC \equiv \triangle ABD$$

Pasul 3: Din congruență rezultă că:

- $\angle BDA = \angle BCA = 60^\circ \Rightarrow$ Triunghiul BCD este echilateral (are două unghiuri de 60°)

Pasul 4: Deoarece triunghiul BCD este echilateral $\Rightarrow CD = BC = BD$
Dar $AC = AD$, rezultă că $CD = 2 \times AC$



Pasul 5: În concluzie:

$$BC = 2 \times AC \quad \text{sau} \quad AC = \frac{1}{2}BC$$

Aceasta înseamnă că AC , care este cateta opusă unghiului de 30° , este jumătate din ipotenuza BC .

Problema nr. 5

În triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $\angle B = 30^\circ$ și $AB = 6\text{ cm}$, calculați lungimile laturilor AC și BC.

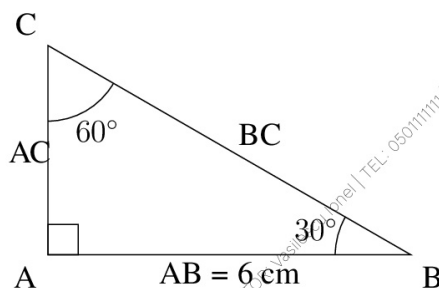
Pasul 1: Înțelegerea problemei și realizarea unui desen corect

Întrebări pe care elevul trebuie să și le pună:

- Ce fel de triunghi este?
- Unde este unghiul drept?
- Ce unghiuri cunosc?
- Cum arată triunghiul? Desenați-l corect.

Răspunsuri:

- Triunghiul ABC este **dreptunghic în A** $\Rightarrow \angle A = 90^\circ$.
- Se dă $\angle B = 30^\circ$.
- Atunci $\angle C = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ (suma unghiurilor într-un triunghi este 180°).
- Desenul triunghiului:



Pasul 2: Identificarea ipotenuzei

Întrebări pe care elevul trebuie să și le pună:

- Care este ipotenuza în triunghiul dreptunghic?
- Cum o recunosc?

- Care latură se opune unghiului drept?

Răspunsuri:

- Într-un triunghi dreptunghic, **ipotenusa** este latura opusă unghiului drept.
- Unghiul drept este în A $\Rightarrow$ ipotenusa este **BC**.

Pasul 3: Aplicarea teoremei unghiului de 30° și introducerea necunoscutei

Întrebări pe care elevul trebuie să și le pună:

- Care este teorema unghiului de 30° ?
- Ce relație există între ipotenuză și cateta opusă unghiului de 30° ?
- Care catetă este opusă unghiului de 30° ?
- Cum pot simplifica rezolvarea problemei?

Răspunsuri:

- **Teorema unghiului de 30° :** Într-un triunghi dreptunghic cu un unghi de 30° , cateta opusă unghiului de 30° este egală cu jumătate din ipotenuză.
- Unghiul de 30° este $\sphericalangle B \Rightarrow$ cateta opusă lui B este **AC**.
- Scrierea matematică a teoremei unghiului de 30° : $AC = \frac{BC}{2}$.
- **Pentru a simplifica rezolvarea:**
 - Notăm cateta opusă unghiului de 30° cu x : $AC = x$
 - Atunci ipotenusa este: $BC = 2 \times AC = 2x$

Pasul 4: Calcularea celorlalte laturi folosind teorema lui Pitagora

Întrebări pe care elevul trebuie să și le pună:

- Cum pot calcula celelalte laturi?
- Ce teoremă pot aplica?
- Care este formula teoremei lui Pitagora?

Răspunsuri:

- Pot aplica **teorema lui Pitagora**.

- Teorema lui Pitagora: $\text{ipotenuză}^2 = \text{cateta}_1^2 + \text{cateta}_2^2$.
- În triunghiul ABC: $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
- Înlocuim valorile cunoscute și pe cele notate cu x :

$$\begin{aligned}
 BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\
 (2x)^2 &= 6^2 + x^2 \\
 4x^2 &= 36 + x^2 \\
 4x^2 - x^2 &= 36 \\
 3x^2 &= 36 \\
 x^2 &= 12 \\
 x &= \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3} \text{ cm}
 \end{aligned}$$

- Acum calculăm laturile căutate:

$$\begin{aligned}
 AC &= x = 2\sqrt{3} \text{ cm} \\
 BC &= 2x = 2 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Pasul 5: Scrierea răspunsului final

$$AC = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$BC = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

Înapoi la cuprins