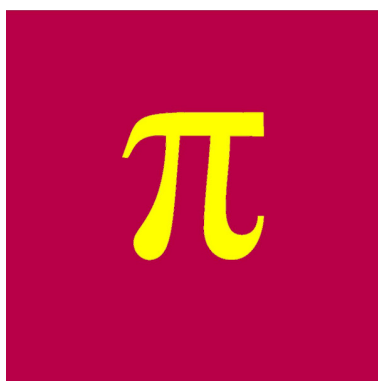


MXM School & Publishing Ltd.

SISTEME DE NUMERATIE

Ediția I

Autor: Cristian MURICA



- *Sistemul zecimal pozițional*
- *Cifrele romane - un sistem nonpozițional*
- *Scrierea numerelor în baza 2*
- *Cum trecem un număr din baza 10 în baza 2*
- *Exerciții rezolvate*

București
7 ianuarie 2026

Drepturi de autor

Cristian MURICA

Toate drepturile rezervate. Nicio parte a acestei lucrări nu poate fi reprodusă, stocată într-un sistem de recuperare sau transmisă sub orice formă sau prin orice mijloc, electronic, mecanic, prin fotocopiere, înregistrare sau altfel, fără permisiunea prealabilă scrisă a editorului, cu excepția situațiilor permise prin lege.

ISBN:

Prima ediție: 7 ianuarie 2026

Date editoriale și contact:

Editura: MXM School & Publishing Ltd.

Adresă: strada Vintilă Mihăilescu nr. 14, sector 6, București

www.scoaladematematica.eu

WhatsApp: 0762.469.119.

Email: office@scoaladematematica.eu

YouTube: [@scoaladematematica1235](https://www.youtube.com/scoaladematematica1235)

Facebook: <https://www.facebook.com/scoaladematematica>

Cuprins

Sistemul zecimal pozițional	5
De ce este așa important?	5
Ideea de bază	5
Numele pozițiilor (la numere naturale)	5
Descompunerea zecimală – secretul sistemului	5
Cum notăm un număr format din mai multe cifre?	6
Exercițiu ghidat	7
De ce se numește „pozițional”?	7
Cifrele romane – un sistem non-pozițional	9
Ce înseamnă „non-pozițional”?	9
Simbolurile de bază	9
Reguli fundamentale de scriere	9
Exerciții rezolvate	10
Comparație între sistemul roman și cel zecimal	10
De ce s-a păstrat sistemul roman până astăzi?	10
Sisteme de numerație în baze diferite de 10	12
Ce înseamnă baza unui sistem de numerație?	12
Cum trecem un număr din baza b în baza 10?	12
Cum trecem un număr din baza 10 în baza b ?	14
Baze uzuale: binar, octal, hexazecimal	14
Binar (baza 2)	14
Octal (baza 8)	14
Hexazecimal (baza 16)	14
Exerciții rezolvate	15
Operații aritmetice în baza 10 (recapitulare)	17
Adunarea	17
Scăderea	17
Înmulțirea	17
Împărțirea	18
Ridicarea la putere	18
Ordinea efectuării operațiilor	19
Exerciții rezolvate	19
Ce trebuie să reții	21
Definiții fundamentale	21
Caracteristicile sistemelor de numerație	21
Sistemul zecimal (pozițional)	21
Sistemul roman (non-pozițional)	21

Transformarea între baze de numerație	22
Din baza b în baza 10	22
Din baza 10 în baza b	22
Baze uzuale în tehnologie	22
Operații aritmetice în baza 10	23
Adunarea și scăderea	23
Înmulțirea	23
Împărțirea	23
Ridicarea la putere	23
Ordinea efectuării operațiilor	23
Aplicații practice	24
Comparatie sistem zecimal vs. sistem roman	24
Atenție la greșeli frecvente	24
Exemple rapide de recapitulare	25

Sistemul zecimal pozițional

De ce este așa important?

Pentru că este sistemul pe care îl folosim în viața de zi cu zi pentru a număra, a măsura, a calcula prețurile. Înțelegerea lui este cheia pentru a înțelege toate celelalte sisteme.

Ideea de bază

În sistemul zecimal, folosim doar **10 simboluri** (cifrele de la **0 la 9**). Valoarea unei cifre într-un număr **depinde de poziția** pe care o ocupă.

Numele pozițiilor (la numere naturale)

Să luăm ca exemplu numărul: **9 345 672**

- **2** este pe poziția **unităților**.
- **7** este pe poziția **zecilor**.
- **6** este pe poziția **sutelor**.
- **5** este pe poziția **miilor** (sau unități de mii).
- **4** este pe poziția **zecilor de mii**.
- **3** este pe poziția **sutelor de mii**.
- **9** este pe poziția **milionelor** (sau unități de milioane).

Descompunerea zecimală – secretul sistemului

Orice număr natural poate fi scris ca o sumă în care fiecare cifră este înmulțită cu puterea lui 10 corespunzătoare poziției.

Exemplu pas cu pas: Luăm numărul **9 345 672**.

- Cifra unităților (2) se înmulțește cu 10^0 .
- Cifra zecilor (7) se înmulțește cu 10^1 .
- Cifra sutelor (6) se înmulțește cu 10^2 .
- Cifra miilor (5) se înmulțește cu 10^3 .
- Cifra zecilor de mii (4) se înmulțește cu 10^4 .

- Cifra sutelor de mii (3) se înmulțește cu 10^5 .
- Cifra milioanele (9) se înmulțește cu 10^6 .

Așadar:

$$9\,345\,672 = 9 \times 1\,000\,000 + 3 \times 100\,000 + 4 \times 10\,000 + 5 \times 1\,000 + 6 \times 100 + 7 \times 10 + 2 \times 1$$

sau, scris folosind puterile lui 10:

$$9\,345\,672 = 9 \times 10^6 + 3 \times 10^5 + 4 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

Cum notăm un număr format din mai multe cifre?

Când lucrăm cu numere scrise cu cifre (mai ales când folosim litere pentru cifre), este important să nu le confundăm cu un produs.

Exemplu: Dacă avem cifrele **a, b, c**, atunci:

- **abc** înseamnă produsul: $a \times b \times c$
- $\overline{abc}$ înseamnă numărul de trei cifre: $a \times 100 + b \times 10 + c \times 1$

Această notație cu **bară deasupra** ne ajută să distingem clar între:

- **Numărul** format din cifrele 2, 3 și 4: $\overline{234} = 200 + 30 + 4 = 234$
- **Produsul** cifrelor 2, 3 și 4: $2 \times 3 \times 4 = 24$

Atenție! Bara deasupra se întinde pe toate cifrele care formează numărul:

- $\overline{ab} = a \times 10 + b$ (număr de două cifre)
- $\overline{abc} = a \times 100 + b \times 10 + c$ (număr de trei cifre)
- $\overline{abcd} = a \times 1000 + b \times 100 + c \times 10 + d$ (număr de patru cifre)

Exercițiu exemplu: Dacă $\overline{xy} = 34$, determină numărul $\overline{yx}$ și apoi calculează suma $\overline{xy} + \overline{yx}$.

Soluție: Din $\overline{xy} = 34$ deducem că $x = 3$ și $y = 4$. Atunci $\overline{yx} = 43$.

$$\overline{xy} + \overline{yx} = 34 + 43 = 77.$$

Sau, în general: Dacă $\overline{xy}$ este un număr de două cifre, atunci:

$$\overline{xy} = 10x + y \quad \text{și} \quad \overline{yx} = 10y + x,$$

deci:

$$\overline{xy} + \overline{yx} = (10x + y) + (10y + x) = 11x + 11y = 11(x + y).$$

Cifrele romane – un sistem non-pozițional

Ce înseamnă „non-pozițional”?

Sistemul roman de numerație este **non-pozițional**, adică valoarea unei cifre **nu depinde de poziția** pe care o ocupă în număr, ci de simbolurile care o înconjoară. Acesta este principala diferență față de sistemul zecimal.

Simbolurile de bază

Simbol	I	V	X	L	C	D	M
Valoare	1	5	10	50	100	500	1000

Reguli fundamentale de scriere

1. **Regula adunării:** Când un simbol este plasat **după** un simbol de valoare mai mare sau egală, se adună.

Exemple:

- $VI = 5 + 1 = 6$
- $XV = 10 + 5 = 15$
- $XX = 10 + 10 = 20$
- $CL = 100 + 50 = 150$
- $MDC = 1000 + 500 + 100 = 1600$

2. **Regula scăderii:** Când un simbol de valoare mai mică este plasat **înaintea** unui simbol de valoare mai mare, se scade.

Exemple:

- $IV = 5 - 1 = 4$
- $IX = 10 - 1 = 9$
- $XL = 50 - 10 = 40$
- $XC = 100 - 10 = 90$
- $CD = 500 - 100 = 400$
- $CM = 1000 - 100 = 900$

3. **Limite importante:**

- Nu se pot scădea mai mult de un simbol mai mic dintr-unul mai mare.
- Simbolul scăzut trebuie să fie o putere a lui 10 (I, X, C).
- Nu se folosește zero în sistemul roman.

4. Simbolurile se scriu de la stânga la dreapta, în ordine descrescătoare a valorilor.

Sisteme de numerație în baze diferite de 10

În secțiunea anterioară am văzut că sistemul zecimal folosește baza 10. Dar putem folosi și alte baze. De ce? Pentru că în tehnologie (calculatoare, telecomunicații) se folosesc alte baze care sunt mai potrivite. Cele mai importante sunt: baza 2 (binar), baza 8 (octal) și baza 16 (hexazecimal).

Ce înseamnă baza unui sistem de numerație?

Baza este numărul de cifre diferite pe care le folosește sistemul, inclusiv cifra 0. De exemplu:

- Baza 10 (zecimal) folosește 10 cifre: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.
- Baza 2 (binar) folosește 2 cifre: 0 și 1.
- Baza 8 (octal) folosește 8 cifre: 0,1,2,3,4,5,6,7.
- Baza 16 (hexazecimal) folosește 16 cifre: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 și literele A,B,C,D,E,F (care au valorile 10,11,12,13,14,15).

Într-un sistem în baza b , valoarea unei cifre într-un număr se înmulțește cu puterea lui b corespunzătoare poziției, exact ca în sistemul zecimal. Formula generală pentru un număr cu n cifre este:

$$\overline{c_{n-1}c_{n-2}\dots c_1c_0(b)} = c_{n-1} \times b^{n-1} + c_{n-2} \times b^{n-2} + \dots + c_1 \times b^1 + c_0 \times b^0$$

unde fiecare c_i este o cifră permisă în baza b (adică $0 \leq c_i < b$).

Cum trecem un număr din baza b în baza 10?

Metoda este simplă: folosim **descompunerea polinomială** (adică formula de mai sus).

Exemplu 1: Să transformăm numărul binar $(1011)_2$ în baza 10.

Vom folosi aceeași idee ca la descompunerea zecimală, dar în loc de puteri ale lui 10, folosim puteri ale lui 2.

Pasul 1: Identificăm pozițiile fiecărei cifre. Marcăm pozițiile cifrelor crescător, de la dreapta la stânga, începând cu poziția 0:

	Cifra 1	Cifra 0	Cifra 1	Cifra 1	
	←	←	←	←	
Poziția:	3	2	1	0	(începem de la dreapta!)

Pasul 2: Scriem puterile lui 2 pentru fiecare poziție. Știm că $2^0 = 1$, $2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$.

Zecimal	Binar (4 biți)	Hexazecimal
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

Exemplu: Numărul binar $(1101\ 0110)_2$ se poate grupa câte 4 biți: (1101) și (0110) . 1101 în binar este 13 în zecimal, adică D în hexazecimal. 0110 este 6 în zecimal. Deci numărul este $(D6)_{16}$.

Exerciții rezolvate

1. Transformă din baza indicată în baza 10:

a) $(231)_4 = 2 \times 4^2 + 3 \times 4^1 + 1 \times 4^0 = 2 \times 16 + 3 \times 4 + 1 \times 1 = 32 + 12 + 1 = 45$

b) $(47)_8 = 4 \times 8^1 + 7 \times 8^0 = 32 + 7 = 39$

c) $(1F)_{16} = 1 \times 16^1 + 15 \times 16^0 = 16 + 15 = 31$ (F are valoarea 15)

2. Transformă din baza 10 în baza indicată:

a) 25_{10} în baza 2:

$$25 : 2 = 12 \text{ rest } 1$$

$$12 : 2 = 6 \text{ rest } 0$$

$$6 : 2 = 3 \text{ rest } 0$$

$$3 : 2 = 1 \text{ rest } 1$$

$$1 : 2 = 0 \text{ rest } 1$$

Citim resturile de jos în sus: $(11001)_2$

b) 100_{10} în baza 5:

$$100 : 5 = 20 \text{ rest } 0$$

$$20 : 5 = 4 \text{ rest } 0$$

$$4 : 5 = 0 \text{ rest } 4$$

Citim resturile de jos în sus: $(400)_5$

c) 50_{10} în baza 3:

Ordinea efectuării operațiilor

Când într-o expresie matematică avem mai multe operații, trebuie să respectăm anumite reguli pentru a obține același rezultat indiferent de cine calculează.

Reguli de bază:

1. Se efectuează mai întâi operațiile din **paranteze** (mai întâi parantezele rotunde, apoi cele drepte, apoi acoladele).
2. În paranteze, în exercițiu după efectuarea parantezelor sau dacă nu există paranteze, ordinea operațiilor este:
 - Se efectuează **ridicările la putere**.
 - Apoi se efectuează **înmulțirile și împărțirile** în ordinea în care apar (de la stânga la dreapta).
 - În final se efectuează **adunările și scăderile** în ordinea în care apar (de la stânga la dreapta).

Exemple:

- a) $3 + 2^2 = 3 + 4 = 7$ (mai întâi ridicarea la putere)
- b) $4 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$ (mai întâi ridicarea la putere, apoi înmulțirea)
- c) $12 + 3 \times 4 = 12 + 12 = 24$ (mai întâi înmulțirea)
- d) $(12 + 3) \times 4 = 15 \times 4 = 60$ (mai întâi paranteza)
- e) $20 - 12 : 4 + 2 = 20 - 3 + 2 = 19$ (mai întâi împărțirea)
- f) $8 : 2 \times (2 + 3)^2 = 8 : 2 \times 5^2 = 8 : 2 \times 25 = 4 \times 25 = 100$ (paranteza, apoi puterea, apoi împărțirea și înmulțirea)

Exerciții rezolvate

1. Calculați respectând ordinea operațiilor: $18 : 3 + 5 \times (7 - 4)^2$

Soluție:

$$\begin{aligned} 18 : 3 + 5 \times (7 - 4)^2 &= 18 : 3 + 5 \times 3^2 \quad (\text{paranteza}) \\ &= 18 : 3 + 5 \times 9 \quad (\text{ridicarea la putere}) \\ &= 6 + 5 \times 9 \quad (\text{împărțirea}) \\ &= 6 + 45 \quad (\text{înmulțirea}) \\ &= 51 \quad (\text{adunarea}) \end{aligned}$$

2. Aflați numărul necunoscut x din: $2^x \times (3 + 1) = 32$